令和 7 年度入学者選抜試験問題・答案用紙　（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C 表紙）

教育学部・生命環境学部

・ 試験開始までに下の（注意事項）をよく読んでください。ただし，この冊子を開いてはいけません。
・ 筆記用具は試験開始まで手にとってはいけません。

（注　意　事　項）

1. 試験開始の合図の後，すぐに用紙の種類と枚数（4 枚）を確かめて，すべての用紙に受験番号を記入してください。
   この配布物には，次の計 4 枚が含まれています。

   令和 7 年度入学者選抜試験問題・答案用紙　（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C 表紙）
   令和 7 年度入学者選抜試験問題・答案用紙　（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C その 1）
   令和 7 年度入学者選抜試験問題・答案用紙　（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C その 2）
   令和 7 年度入学者選抜試験問題・答案用紙　（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C その 3）

2. 試験終了後，配布されたすべての用紙を回収します。
3. 配布された用紙が上記 1 と異なっているときや印刷が不鮮明なときには，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 各「試験問題・答案用紙」の右下隅にある小計の欄には何も記入してはいけません。
5. 解答を書ききれないときは，その問題が記載してある用紙の裏面を利用してもかまいません。その場合は，問題記載の面の右下方に「裏面使用」と記入してください。

（教・生　数学Ⅰ・A・Ⅱ・B・C 表紙）

受験番号

問題 1　次の問いに答えよ。答えだけでなく，どのように考えたのか，途中の計算および説明も書け。

(1) $\mathrm{AB}=3$，$\mathrm{BC}=4$，$\angle\mathrm{ABC}$ が鋭角である $\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円に点 A で接する直線を ℓ とする。点 C から ℓ に下ろした垂線と ℓ との交点を H とする。$\angle\mathrm{CAH}=60^\circ$ であるとき，$\triangle\mathrm{CAH}$ の面積を求めよ。

(2) 大中小 3 個のさいころを同時に投げて，出た目をそれぞれ a, b, c とするとき，$\sin\frac{\pi a}{6}+\sin\frac{\pi b}{6}+\sin\frac{\pi c}{6}>\frac{1}{2}$ となる確率を求めよ。

(3) a，b，c，d，e に対する 2 つの変量 x, y のデータが右の表で与えられるとき，x と y の相関係数 r を求めよ。

	a	b	c	d	e
x	1	2	3	4	5
y	11	7	9	3	5

解答例

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\mathrm{AB}<\mathrm{BC}$ より $\angle\mathrm{BAC}>\angle\mathrm{ACB}$ なので，$\angle\mathrm{ACB}$ は鋭角である．$\angle\mathrm{ABC}$ も鋭角なので，B と C はこの外接円の A を通る直径について反対側にある。円の接線とその接点を通る弦のつくる角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しいので，$\angle\mathrm{CAH}=\angle\mathrm{ABC}=60^\circ$ となる。$\triangle\mathrm{ABC}$ に対する余弦定理より $\mathrm{AC}^2=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos60^\circ=13$ である。よって，$\angle\mathrm{CAH}$ の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AH}\cdot\sin60^\circ=\frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AC}\cos60^\circ\cdot\sin60^\circ=\frac{1}{2}\times13\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{13\sqrt{3}}{8}$$

である。

(2) 出た目 x に対する $\sin\frac{\pi x}{6}$ の値は

x	1	2	3	4	5	6
$\sin\frac{\pi x}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

である。余事象 $\sin\frac{\pi a}{6}+\sin\frac{\pi b}{6}+\sin\frac{\pi c}{6}\leqq\frac{1}{2}$ を満たすのは

$$(a,b,c)=(1,6,6),(6,1,6),(6,6,1),(5,6,6),(6,5,6),(6,6,5),(6,6,6)$$

の 7 通りである。したがって，求める確率は $1-\frac{7}{6^3}=1-\frac{7}{216}=\frac{209}{216}$ である。

(3) x, y のデータの平均値をそれぞれ $\overline{x}, \overline{y}$ と書くと，これらは

$$\overline{x}=\frac{1}{5}(1+2+3+4+5)=\frac{1}{5}\cdot\frac{5\cdot6}{2}=3,\quad \overline{y}=\frac{1}{5}(11+7+9+3+5)=\frac{35}{5}=7$$

と計算できる。したがって，x と y の共分散 s_{xy} は

$$s_{xy}=\frac{1}{5}\{(1-3)\cdot(11-7)+(2-3)\cdot(7-7)+(3-3)\cdot(9-7)+(4-3)\cdot(3-7)+(5-3)\cdot(5-7)\}=\frac{1}{5}(-8+0+0-4-4)=-\frac{16}{5}$$

となる。また x, y の標準偏差をそれぞれ s_x, s_y と記すと，

$$s_x^2=\frac{1}{5}\{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2\}=\frac{1}{5}(4+1+0+1+4)=2,$$
$$s_y^2=\frac{1}{5}\{(11-7)^2+(7-7)^2+(9-7)^2+(3-7)^2+(5-7)^2\}=\frac{1}{5}(16+0+4+16+4)=8$$

となるので，標準偏差は $s_x=\sqrt{2}, s_y=2\sqrt{2}$ と求められる。したがって，相関係数 r の定義より，$r=\frac{s_{xy}}{s_xs_y}=\frac{-\frac{16}{5}}{\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}}=-\frac{8}{10}=-0.8$ と計算される。

(解答を書ききれないときはこの用紙の裏面を利用してもよい。)

受験番号	小計

問題 2　関数 $f(x)$，$g(x)$ および定数 a は等式

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^2 - ax + 1, \qquad g(x) = x^3 + \int_0^a x^2 \left\{ |f(t)| + \frac{5}{4}g(t) \right\} dt$$

をみたす。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

(2) 関数 $g(x)$ を求めよ。

(3) x についての方程式 $g(x) = b$ が異なる 3 個の実数解をもつように，定数 b の値の範囲を定めよ。

解答例

(1) $f(x)$ のみたす等式

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^2 - ax + 1 \cdots\cdots ①$$

の両辺を x で微分すると，$f(x) = 2x - a$ を得る。また，等式 ① で $x = 1$ とおくと，左辺は 0 になるから，$a = 2$ を得る。したがって，$f(x) = 2x - 2 = 2(x-1)$ を得る。

(2) $g(x)$ のみたす等式は (1) の結果から

$$g(x) = x^3 + \int_0^2 x^2 \left\{ 2|t-1| + \frac{5}{4}g(t) \right\} dt = x^3 + 2x^2 \int_0^2 |t-1|\,dt + \frac{5}{4}x^2 \int_0^2 g(t)\,dt \cdots\cdots ②$$

となる。c を定数として，$\displaystyle\int_0^2 g(t)\,dt = c$ とおくと，等式 ② は

$$g(x) = x^3 + 2x^2 \int_0^2 |t-1|\,dt + \frac{5}{4}cx^2 \cdots\cdots ③$$

となる。また，$|t-1| = \begin{cases} t-1\ (t \geqq 1), \\ -(t-1)\ (t \leqq 1) \end{cases}$ に注意すれば，

$$\int_0^2 |t-1|\,dt = -\int_0^1 (t-1)\,dt + \int_1^2 (t-1)\,dt = -\left[\frac{1}{2}t^2 - t\right]_0^1 + \left[\frac{1}{2}t^2 - t\right]_1^2 = -\left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = 1$$

と計算できる。よって，等式 ③ は $g(x) = x^3 + \left(2 + \frac{5}{4}c\right)x^2$ となる。これを c の式に代入して計算すれば，

$$c = \int_0^2 g(t)\,dt = \int_0^2 \left\{ t^3 + \left(2 + \frac{5}{4}c\right)t^2 \right\} dt = \left[\frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}\left(2 + \frac{5}{4}c\right)t^3\right]_0^2 = 4 + \frac{8}{3}\left(2 + \frac{5}{4}c\right) = \frac{28}{3} + \frac{10}{3}c$$

よって，$c = \frac{28}{3} + \frac{10}{3}c$ から，$c = -4$ を得る。したがって，$g(x) = x^3 - 3x^2 = x^2(x-3)$ を得る。

(3) (2) の結果から方程式は $x^2(x-3) = b$ となる。この方程式の実数解の個数は 3 次関数 $y = g(x) = x^2(x-3)$ のグラフと直線 $y = b$ の共有点の個数に一致する。$g'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$ であり，$g'(x) = 0$ とすると $x = 0, 2$ である。よって，$y = g(x)$ の増減表は次のようになる。

x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	+	0	−	0	+
y	↗	極大 0	↘	極小 −4	↗

ゆえに，$y = g(x)$ のグラフと直線 $y = b$ が異なる 3 個の共有点をもつのは，$-4 < b < 0$ であることが分かる。

（解答を書ききれないときはこの用紙の裏面を利用してもよい。）

受 験 番 号

小　計

問題 3　$\angle \mathrm{AOB} = 60^\circ$，$\mathrm{OA} > \mathrm{OB}$ である $\triangle \mathrm{OAB}$ について，辺 OA を $3:1$ に内分する点をC，辺 OB を $4:1$ に内分する点を D とする。また，$0 < u < 1$ である実数 u に対し，辺 AB を $u:(1-u)$ に内分する点を P とし，辺 OA と直線 CP は垂直であるとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$ を u の式で表せ。

(2) 点 D が $\triangle \mathrm{OCP}$ の外接円上の点であるとき，u の値を求め，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて表せ。

解答例

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \dfrac{3}{4}\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \dfrac{4}{5}\vec{b}$ であり，また，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = (1-u)\vec{a} + u\vec{b}$ であるので，

$$\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} = (1-u)\vec{a} + u\vec{b} - \frac{3}{4}\vec{a} = \left(\frac{1}{4} - u\right)\vec{a} + u\vec{b}$$

である。$\mathrm{OA} \perp \mathrm{CP}$ より，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{CP}} = 0$ なので，$\vec{a} \cdot \left(\left(\dfrac{1}{4} - u\right)\vec{a} + u\vec{b}\right) = 0$ から $\left(\dfrac{1}{4} - u\right)|\vec{a}|^2 + u\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ を得る。$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|$ より

$$\left(\frac{1}{4} - u\right)|\vec{a}|^2 + \frac{u}{2}|\vec{a}||\vec{b}| = 0$$

であるから，$|\vec{a}| \neq 0$，$u \neq 0$ より

$$\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \frac{\frac{1}{4} - u}{-\frac{u}{2}} = \frac{4u-1}{2u}$$

となる。

(2) 点 D が $\triangle \mathrm{OCP}$ の外接円上の点であるとき，円に内接する四角形の対角の和は 180° なので，四角形 OCPD について $\angle \mathrm{ODP} = 90^\circ$ である。$\overrightarrow{\mathrm{DP}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OD}} = (1-u)\vec{a} + u\vec{b} - \dfrac{4}{5}\vec{b} = (1-u)\vec{a} + \left(u - \dfrac{4}{5}\right)\vec{b}$ であるから，$\mathrm{OB} \perp \mathrm{DP}$ より，内積 $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{DP}} = 0$ なので，$\vec{b} \cdot \left((1-u)\vec{a} + \left(u - \dfrac{4}{5}\right)\vec{b}\right) = 0$ から $(1-u)\vec{b} \cdot \vec{a} + \left(u - \dfrac{4}{5}\right)|\vec{b}|^2 = 0$ を得る。よって，

$$\frac{1-u}{2}|\vec{a}||\vec{b}| + \left(u - \frac{4}{5}\right)|\vec{b}|^2 = 0$$

である。両辺を $|\vec{a}||\vec{b}| \neq 0$ で割り，(1) の結果 $\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \dfrac{4u-1}{2u}$ から

$$\frac{1-u}{2} + \left(u - \frac{4}{5}\right)\frac{4u-1}{2u} = 0$$

となり，2 次方程式 $15u^2 - 16u + 4 = 0$ を得る。この 2 次方程式を解いて，$u = \dfrac{2}{3}$，$\dfrac{2}{5}$ となる。

$u = \dfrac{2}{3}$ のとき，(1) から $\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \dfrac{4 \times \frac{2}{3} - 1}{2 \times \frac{2}{3}} = \dfrac{5}{4} > 1$ であるので，$\mathrm{OB} > \mathrm{OA}$ となり，不適である。$u = \dfrac{2}{5}$ のとき，$\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} = \dfrac{4 \times \frac{2}{5} - 1}{2 \times \frac{2}{5}} = \dfrac{3}{4} < 1$ であり，題意をみたす。よって，$u = \dfrac{2}{5}$ であり，このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{3}{5}\vec{a} + \dfrac{2}{5}\vec{b}$ である。

（解答を書ききれないときはこの用紙の裏面を利用してもよい。）

受験番号

小計