令和４年度　前期　物理基礎・物理　解答例

問題１

(1) フックの法則と斜面方向の力つりあいの法則より　$kl_1 - \mathrm{mgsin\alpha} = 0$　従って，$l_1 = \frac{\mathrm{mgsin\alpha}}{k}$ となる。

答 $\frac{\mathrm{mgsin\alpha}}{k}$

(2) 重力とばねの弾性力による力学的エネルギー保存則より$\frac{1}{2}k(l_1+l_2)^2 = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + \mathrm{mg}(l_2+l_0)sin\alpha$となる。$kl_1 = \mathrm{mgsin\alpha}$を踏まえると，$\frac{1}{2}k(l_1+l_2)^2 = \frac{1}{2}m{v_0}^2 + (l_2+l_0)kl_1$・・（a）となる。小球が位置 B を通過する条件は $\frac{1}{2}m{v_0}^2 > 0$ である。従って，$\frac{1}{2}k(l_1+l_2)^2 - (l_2+l_0)kl_1 > 0$となる。この不等式を整理すると ${l_1}^2 + {l_2}^2 - 2l_0l_1 > 0$ となる。$l_2 > 0$より$l_2 > \sqrt{l_1(2l_0 - l_1)}$　式(a)から　$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}\left({l_1}^2 + {l_2}^2 - 2l_0l_1\right)}$となる。

答　d：$\sqrt{l_1(2l_0 - l_1)}$　v_0：$\sqrt{\frac{k}{m}\left({l_1}^2 + {l_2}^2 - 2l_0l_1\right)}$

(3) 最高点に到達する時間を t_1 とすると，$v_0 sin\alpha - \mathrm{g}t_1 = 0$であるから$t_1 = \frac{v_0 sin\alpha}{g}$である。従って，$v_0 sin\alpha \times \frac{v_0 sin\alpha}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 sin\alpha}{g}\right)^2 = \frac{{v_0}^2 sin^2\alpha}{2g}$

答　$\frac{{v_0}^2 sin^2\alpha}{2g}$

(4) 投射後地面に戻ったときの時間をt_2とすると，$t_2 = 2t_1 = \frac{2v_0 sin\alpha}{g}$である。※$(v_0 sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 = 0$ から求めてもよい。

よって，$(v_0 cos\alpha)t_2 = (v_0 cos\alpha)\frac{2v_0 sin\alpha}{g} = \frac{2{v_0}^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$

答　$\frac{2{v_0}^2 cos\alpha sin\alpha}{g}$　または $\frac{{v_0}^2 sin2\alpha}{g}$

(5) 衝突前後で x 方向の速度成分は変化しないので$v_0 cos\alpha$である。 y 方向の速度成分については１回目の衝突直前では$-v_0 sin\alpha$であるので，１回目の衝突直後では$\mathrm{e}v_0 sin\alpha$となる。そして，２回目の衝突直前では$-\mathrm{e}v_0 sin\alpha$となるので，２回目の衝突直後では$\mathrm{e}^2 v_0 sin\alpha$となる。これを繰り返すと，$n$ 回目の衝突直前では$-\mathrm{e}^{(n-1)}v_0 sin\alpha$となり，n 回目の衝突直後では$\mathrm{e}^n v_0 sin\alpha$となる。

答　$v_{nx}: v_0 cos\alpha$　$v_{ny}: -\mathrm{e}^{(n-1)}v_0 sin\alpha$

問題２

(1) S が開いているとき，抵抗値が R_1 と R_2 からなる直列回路に電池の起電力 E が加えられるので，A 点を流れる電流を I_{A} とすると，

$$I_{\mathrm{A}} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{10 + 40} = \frac{12}{50} = 0.240\ \mathrm{A}$$

S が開いているとき，コンデンサーの充電後には，電気容量 C と抵抗値 R_4 からなる直列回路には電流が流れないので，I_{B} =0 A

（答）A 点：0.240 A　B 点：0 A

(2) A 点の電位を V_{A} とすると，抵抗値 R_1 の両端での電圧降下は $I_{\mathrm{A}}R_1$ なので

$$V_{\mathrm{A}} = E - I_{\mathrm{A}}R_1 = 12 - 0.240 \times 10 = 9.60\ \mathrm{V}$$

B 点に電流は流れないことから，抵抗値 R_4 の両端での電圧降下は 0 V より B 点の電位は接地電位と同じで 0 V

（答）A 点：9.60 V　B 点：0 V

(3) B 点の電位は 0 V よりコンデンサーには 12.0 V の電圧が加えられるので，蓄えられている電気量 Q と静電エネルギーU は，

$$Q = 4.00 \times 10^{-6} \times 12.0 = 48.0 \times 10^{-6} = 4.80 \times 10^{-5}\ \mathrm{C}\ (48\ \mu\mathrm{C})$$

$$U = \frac{1}{2} \times 4.80 \times 10^{-5} \times 12.0 = 28.8 \times 10^{-5} = 2.88 \times 10^{-4}\ \mathrm{J}\ (288\ \mu\mathrm{J})$$

（答）電気量：4.80×10^{-5} C（48.0 μC）　静電エネルギー：2.88×10^{-4} J（288 μJ）

(4) S が閉じているときも，コンデンサーの充電後には電流が流れず，全電流 I が A 点を流れる。A 点から接地側にある，抵抗値が R_2, R_3, R_4 の合成抵抗 R_{234} は

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4} = \frac{1}{40} + \frac{1}{120} = \frac{1}{30} \Leftrightarrow R_{234} = 30\ \Omega$$

回路全体の合成抵抗は抵抗値が R_1 と R_{234} の直列回路であり，これに電池の起電力 E が加えられるので I は

$$I = \frac{E}{R_1 + R_{234}} = \frac{12}{10 + 30} = \frac{3}{10}\ A$$

となる。よって，A 点の電位を V_{A}’とすると，

$$V_A{}' = E - IR_1 = 12 - \frac{3}{10} \times 10 = 9.00\ V$$

A 点から接地側は 9.00 V の電圧が加えられる並列回路であり，抵抗値が R_3 と R_4 の直列回路にも 9.00 V が加えられるので，B 点を流れる電流を I_{B}’とすると，

$$I_B{}' = \frac{V_A{}'}{R_3 + R_4} = \frac{9}{20 + 100} = \frac{9}{120} = \frac{3}{40}\ A$$

よって，B 点の電位を V_{B}’とすると，

$$V_{\mathrm{B}}{}' = V_{\mathrm{A}}{}' - I_{\mathrm{B}}{}'R_3 = 9 - \frac{3}{40} \times 20 = 9.00 - 1.50 = 7.50\ \mathrm{V}$$

（答）A 点：9.00 V　B 点：7.50 V

(5) コンデンサーに加えられる電圧を V_C とすると，V_C は電池の起電力 E と B 点の電位 V_{B}’との差になるので，

$$V_C = E - V_{\mathrm{B}}{}' = 12.0 - 7.5 = 4.5\ \mathrm{V}$$

よって，コンデンサーに蓄えられている電気量 Q’と静電エネルギーU’は，

$$Q' = 4.00 \times 10^{-6} \times 4.5 = 18.0 \times 10^{-6} = 1.80 \times 10^{-5}\ \mathrm{C}\ (18\ \mu\mathrm{C})$$

$$U' = \frac{1}{2} \times 1.80 \times 10^{-5} \times 4.5 = 4.05 \times 10^{-5}\ \mathrm{J}\ (40.5\ \mu\mathrm{J})$$

（答）電気量：1.80×10^{-5} C（18.0 μC）　静電エネルギー：4.05×10^{-5} J（40.5 μJ）

問題３

(1)封入された理想気体の圧力をp_1とすると、ピストンでの力のつり合いから

$$p_1S = p_0S + mg$$

$$p_1 = \boldsymbol{p_0 + \frac{mg}{S}}$$

温度をT_1とすると状態方程式から

$$p_1Sh = nRT_1$$

これを解いて

$$T_1 = \boldsymbol{\frac{1}{nR}(p_0S + mg)h}$$

(2)温度をT_2とすると状態方程式から

$$T_2 = \frac{1}{nR}p_1S(2h) = \frac{2}{nR}(p_0S + mg)h$$

内部エネルギーの変化量

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1)$$

T_1，T_2を消去すると

$$\Delta U = \boldsymbol{\frac{3}{2}(p_0S + mg)h}$$

ヒーターが与えた熱量をQ，気体が外部にした仕事をW'_1とすると

$$Q = \Delta U + W'_1$$

圧力p_1の定圧変化なので

$$W'_1 = p_1Sh$$

したがって

$$Q = \boldsymbol{\frac{5}{2}(p_0S + mg)h}$$

(3)気体がされた仕事をW_2，気体の圧力をp_2，気体の温度をT_3 すると，
断熱変化なので

$$W_2 = \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T = \frac{3}{2}nR(T_3 - T_2)$$

$$p_2(Sh)^{\gamma} = p_1(S2h)^{\gamma}$$

状態方程式は

$$p_2Sh = nRT_3$$

これを解いて

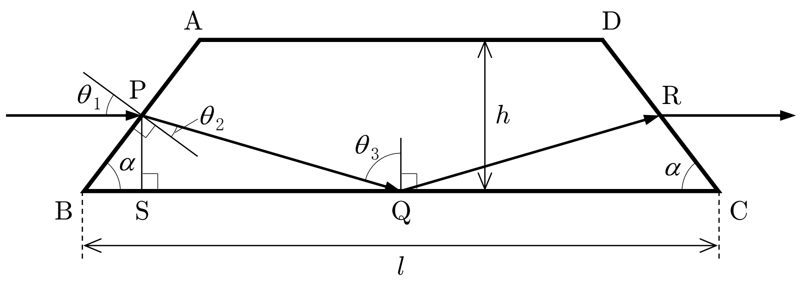
$$W_2 = \boldsymbol{3(2^{\gamma-1} - 1)(p_0S + mg)h}$$

問題４

(1) 屈折の法則より，$\underline{\sin\theta_1 = n\sin\theta_2}$ 。

(2) 点 Q における入射角をθ_3とすると，△PBQ より，$\theta_3 = \alpha + \theta_2$ 。また，$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ 。

臨界角は $\sin\theta_3 = \frac{1}{n}$ なので，$\underline{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 + \theta_2\right) = \frac{1}{n}}$ ，または，$\underline{\cos(\theta_1 - \theta_2) = \frac{1}{n}}$ 。



(3) $\alpha = 45°$ より，$\theta_1 = 45°$ 。(1)より，$\theta_2 = 30°$ 。(2)より，$\theta_3 = 75°$ 。

点 P から辺 BC に下ろした垂線の交点を S とすると，$\mathrm{BS} = \mathrm{PS} = \frac{h}{2}$,　$\mathrm{SQ} = \frac{h}{2}\tan\theta_3 = \frac{h}{2}\left(2+\sqrt{3}\right)$ 。

$\mathrm{BQ} = \mathrm{BS} + \mathrm{SQ} = \frac{h}{2} + \frac{h}{2}\left(2+\sqrt{3}\right) = \frac{3+\sqrt{3}}{2}h$ 。

台形 ABCD は左右対称なので，$l = 2\,\mathrm{BQ}$ より，$\underline{l = \left(3+\sqrt{3}\right)h}$ 。