平成３１年度入学者選抜試験問題〔後期日程〕（物理基礎・物理その１）解答例

問題１

問(1)　運動量保存則：　$mv_0 + MV_0 = mv + MV \quad \Rightarrow \quad m(v_0 - v) = M(V - V_0)$

エネルギー保存則：　$\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}MV_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad \Rightarrow \quad m(v_0^2 - v^2) = M(V^2 - V_0^2)$

$\Rightarrow \quad m(v_0 - v)(v_0 + v) = M(V - V_0)(V + V_0) \quad \Rightarrow \quad V + V_0 = v_0 + v$

$$\begin{cases} mv + MV = mv_0 + MV_0 & \Rightarrow \quad v = \frac{1}{m+M}(mv_0 - Mv_0 + 2MV_0) \\ -v + V = v_0 - V_0 & \Rightarrow \quad V = \frac{1}{m+M}(2mv_0 - mV_0 + MV_0) \end{cases}$$

問(2)

$v = \frac{1}{m+M}(mv_0 - Mv_0 + 2MV_0) \quad \Rightarrow \quad v = \frac{1}{m/M+1}(\frac{m}{M}v_0 - v_0 + 2V_0) \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = 0$　とすると　$v = -v_0 + 2V_0$

$V = \frac{1}{m+M}(2mv_0 - mv_0 + MV_0) \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{m/\mathrm{M}+1}(2\frac{m}{M}v_0 - \frac{m}{M}V_0 + V_0) \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = 0$　とすると　$V = V_0$

（別解）　運動量保存則より　$(V - V_0) = \frac{m}{M}(v_0 - v) \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{M} = 0$　とすると　$V = V_0$,

エネルギー保存則より　$V + V_0 = v_0 + v \quad \Rightarrow \quad v_0 + v = 2V_0 \quad \Rightarrow \quad v = -v_0 + 2V_0$

問(3)

(a)　相対速度　$v_0 - (-V) = v_0 + V$

(b)　反射後の相対速度　$-(v_0 + V)$

(c)　$v_1 = -(v_0 + V) + (-V) = -v_0 - 2V = -(v_0 + 2V)$

問(4)

壁 B による反射　$v_2 = -(v_1 - V) + V = -v_1 + 2V = (v_0 + 2V) + 2V = v_0 + 4V$

壁 A による再反射　$v_3 = -[v_2 - (-V)] + (-V) = -v_2 - V - V = -v_2 - 2V = -(v_0 + 4V) - 2V = -(v_0 + 6V)$

問(5)　$v_1 = -(v_0 + 2V)$, $v_2 = v_0 + 4V$, $v_3 = -(v_0 + 6V)$ より、$v_n = (-1)^n(v_0 + 2nV)$

問(6)

（n回目の衝突後の運動エネルギー）/（最初の運動エネルギー）

$r = \frac{1}{2}mv_n^2 / \frac{1}{2}mv_0^2 = [(-1)^n(v_0 + 2nV)]^2 / v_0^2 = (v_0 + 2nV)^2 / v_0^2 = (1 + 2nV/v_0)^2$

これに、$V = {}^{v_0}/_{n}$を代入すると、$r = (1+2)^2$=9 となる。

平成３１年度入学者選抜試験問題〔後期日程〕（物理基礎・物理その２）解答例

問題２

(1) 金属棒を置いてさらに固定した場合，ループ状の回路内を通過する磁束の量は変化しない．起電力は発生しないので無視して良い．電流はオームの法則より$I=\frac{E}{R}$となる。

(2) 速度 v_1 で金属棒が移動することにより，ループ状の回路内を通過する磁束の量は単位時間当たり $Blv_1\cos\theta$ だけ変化し，電磁誘導による起電力は $V_R = Blv_1\cos\theta$ となる．回路に流れる電流を I とすると，キルヒホッフ第 2 法則から $E - RI - Blv_1\cos\theta = 0$ となり，よって ef 間に流れる電流は $I = \frac{E-Blv_1\cos\theta}{R}$ となる。

金属棒に発生するレールに沿った方向のローレンツ力は $F_L = IBl\cos\theta = \frac{E-Blv_1\cos\theta}{R}Bl\cos\theta$ となる。 一方，重力によって反対方向に $mg\sin\theta$ の力が発生する．加速度を a とすると，運動の第 1 法則より $F = ma = F_L - mg\sin\theta = \frac{E-Blv_1\cos\theta}{R}Bl\cos\theta - mg\sin\theta$ となる．したがって加速度は $a = \frac{E-Blv_1\cos\theta}{mR}Bl\cos\theta - g\sin\theta$ となる。

(3) 速度が一定になるとき，加速度は 0 となる．そのときの速度をv_fとすると，(2)の式より $0 = \frac{E-Blv_f\cos\theta}{mR}Bl\cos\theta - g\sin\theta$ となる。よって， $v_f = \frac{E}{Bl\cos\theta} - \frac{mRg\sin\theta}{B^2l^2\cos^2\theta} = \frac{E}{Bl\cos\theta} - \frac{mRg\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2}$ となる。

(4) 速度が一定となるとき，ef 間に流れる電流Iを求めると $I = \frac{E-Blv_f\cos\theta}{R} = \frac{E-E+\frac{mRg\sin\theta}{Bl\cos\theta}}{R} = \frac{mg\tan\theta}{Bl}$ となる。1 秒間に抵抗で発生するジュール熱は $U_1 = RI^2 = R\left(\frac{mg}{Bl}\tan\theta\right)^2$ となる．1 秒間に電源がする仕事量は $U_2 = EI = E\frac{mg\tan\theta}{Bl} = \frac{mgE}{Bl}\tan\theta$ となる。単位時間に金属棒が得る位置エネルギーは $U_3 = mgv_f\sin\theta = mg\sin\theta\left(\frac{E}{Bl\cos\theta} - \frac{mRg\sin\theta}{(Bl\cos\theta)^2}\right) = \frac{mgE}{Bl}\tan\theta - R\left(\frac{mg}{Bl}\tan\theta\right)^2$ となる。

別解)　エネルギー保存の法則から，電源がする仕事量は抵抗で発生するジュール熱と金属棒が得る位置エネルギーの和に等しくなる． $U_2 = U_1 + U_3$となり， $U_3 = U_2 - U_1 = \frac{mgE}{Bl}\tan\theta - R\left(\frac{mg}{Bl}\tan\theta\right)^2$ と求められる．

平成 31 年度入学者選抜試験問題〔後期日程〕（物理基礎・物理その３）解答例

問題 3

(1)　圧力：　p_0　　温度：　T_0

(2)　(a)　$Q=W+\Delta U$　　(b)　正　　(c)　$nC_V(T_1-T_0)$　　(d)　$T_1<T_0$

(3)　答：十分時間が経過すると，気体には外部から伝えられた熱によって，内部と外部の気体は等温となる。
したがって，$T_2=T_0$ である。

(4)　（計算など）初期状態から状態 1 までは断熱変化であるから得た熱量は 0 である。状態 1 から状態 2 までは定積変化であるため，気体のした仕事は 0 であり，その変化で得た熱量は気体の内部エネルギーの増加に等しい。したがって，$nC_V(T_2-T_1)$ である。

答　$nC_V(T_2-T_1)$

(5)　答：　初期状態に対して状態 2 は等温であり，体積は大きくなっているため，理想気体の状態方程式の関係から圧力は小さくなっている。状態 2 から状態 3 への変化は断熱変化であり，外部の圧力 p_0 に等しくなる圧力増加の変化であるから，体積は減少する。すなわち，断熱収縮の変化である。問(2)の逆が生じているので，$T_3>T_2$ である。

(6)　（計算など）この変化は定圧圧縮であり，初期状態へ戻る変化である。体積の変化が V_3 から V_0 であることから，気体がした仕事は $p_0(V_0-V_3)$ である。

答　$p_0(V_0-V_3)$

平成 31 年度入学者選抜試験問題〔後期日程〕（物理基礎・物理その４）解答例

問題４

(1)　$l_2 - l_1 = \lambda/2 = V/(2f)$

(2)　ドップラー効果の式から A からの音の振動数は $f \cdot V/(V-u)$。うなりの回数は $f \cdot V/(V-u) - f = f \cdot u/(V-u) > 0$

(3)　TV の長さの波束の両端間を速度 $V+v$ で観測装置が通過すると考えれば，$TV/(V+v)$。

別解法：観測する音の振動数 $f' = f \cdot (V+v)/V$ 。音波の山（や谷）の総数を考えると，$f'T' = fT$ 。
したがって、$T' = TV/(V+v)$

平成 31 年度入学者選抜試験問題〔後期日程〕（物理基礎・物理その４）解答例

問題 5

(1) ガラス 1 の屈折角は$\pi/2-\theta_0$なのでスネルの法則より

$$\frac{\sin\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)}=\frac{n_1}{n_0} \qquad \text{よって} \qquad \sin\theta=\frac{n_1}{n_0}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta_0\right)=\frac{n_1}{n_0}\cos\theta_0 \qquad \cdots①$$

(2) ガラス 1 とガラス 2 との界面の破線とガラス 2 と周囲空気との界面の破線を延長して交差する点の角度はαである。よって

$$\sin\theta_1=\sin(\theta_2+\alpha)=\sin\theta_2\cos\alpha+\cos\theta_2\sin\alpha \qquad \cdots②$$

(3) 空気中に光が出ないので $\theta_3=90$ ∴$\sin\theta_3=1$ である。

ここでスネルの法則より

$$\frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_1}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{\sqrt{2}}{n_1} \qquad \therefore \sin\theta_0=\frac{\sqrt{2}}{n_1}\sin\theta_1 \qquad \cdots③$$

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3}=\frac{n_0}{n_2}=\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \therefore \sin\theta_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta_3=\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cdots④$$

$$\cos\theta_2=\sqrt{1-\sin^2\theta_2}=\frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \cdots⑤$$

$$\theta_2=\frac{\pi}{4} \qquad \cdots⑥$$

よって式①に式②-⑤を適用すれば

$$\sin\theta=\frac{n_1}{n_0}\cos\theta_0=n_1\cos\theta_0=n_1\sqrt{1-\sin^2\theta_0}=n_1\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{n_1}\sin\theta_1\right)^2}=\sqrt{n_1^2-2\sin^2\theta_1}$$

$$=\sqrt{n_1^2-2\sin^2(\theta_2+\alpha_0)}=\sqrt{n_1^2-2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha_0\right)}=\sqrt{n_1^2-2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha_0\right)}$$

もしくは

$$=\sqrt{n_1^2-2(\sin\theta_2\cos\alpha_0+\cos\theta_2\sin\alpha_0)^2}$$

$$=\sqrt{n_1^2-2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha_0+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha_0\right)^2}=\sqrt{n_1^2-(\sin\alpha_0+\cos\alpha_0)^2}$$

$$=\sqrt{n_1^2-1-2\sin\alpha_0\cos\alpha_0}=\sqrt{n_1^2-1-\sin 2\alpha_0}$$