

(工学部先端材料理工学科 数学 90分)

表 紙

(注意事項)

1. 試験開始までに表紙の注意事項を良く読んで下さい.
2. 試験開始の合図があったら, すぐに問題冊子(種類と枚数)が以下の通りであることを確かめた上で, 受験番号をすべての用紙に記入して下さい.

表紙	1 枚
計算用紙	1 枚
問題	1 枚
答案用紙(その1～その3)	3 枚

3. 解答時間は, 90分です.
4. 試験終了後, すべての用紙を回収します.
5. 配布された問題冊子が上記2.と異なっているときや印刷が不鮮明なときは, 手を挙げて監督者に知らせて下さい.
6. 出題された問題に対する答案は, 問題番号に対応する答案用紙に書いて下さい. 必要ならば, 答案の続きを該当する答案用紙の裏面に書いても構いません. その場合には, 裏面にも答案が書かれていることを表面に明記して下さい.

受験番号_____

平成30年度3年次編入学試験（工学部先端材料理工学科）

計算用紙

受験番号_____

問題1

开区間 $(-\pi, \pi)$ において、実関数 $f(x)$ が微分可能であり、その導関数 $f'(x)$ が連続であるとする。このような $f(x)$ を用いて、 a_n (但し、 n は自然数) が次式で定義されているとき、以下の小問に答えよ。

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

- (1) $f(x) = \sin x$ のとき、微分の定義に従って、導関数 $f'(x)$ を導け。
- (2) $f(x) = \sin 3x$ のとき、 a_n を求めよ。
- (3) $f(x) = x$ のとき、 a_n を求めよ。

問題2

θ と ϕ を実数とし、行列 $A = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta \\ \sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \cosh \phi & \sinh \phi \\ \sinh \phi & \cosh \phi \end{pmatrix}$ を考える。以下の小問に答えよ。

- (1) 行列の積 AB を計算し、その結果を行列 A, B と同じ形に変形せよ。
- (2) 行列 A の固有値と固有ベクトルを求めよ。なお、固有ベクトルは規格化しなくてもよい。
- (3) 行列 A により xy 平面上の4点 $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ が変換される点を求め、 θ を正として図示せよ。また変換後の点が囲む面積を求めよ。

問題3

z は複素数で、 $z^n = 1$ を満たす1の n 乗根 (但し、 n は自然数) であるとする。このとき、以下の小問に答えよ。

- (1) 全ての z (n 乗根) を求めよ。また要点を押さえて、 n 乗根の概略を複素平面上に図示せよ。
- (2) 1でない n 乗根の一つを ω とし、 $\omega^2, \dots, \omega^{n-1}$ のいずれも1でないとする。また、 m が自然数で n の倍数でないとき、次の2式 P, S_m の値を求めよ。

$$P = (1 - \omega)(1 - \omega^2) \dots (1 - \omega^{n-1}),$$

$$S_m = 1 + \omega^m + \omega^{2m} + \dots + \omega^{(n-1)m}.$$

- (3) $n = 10$ の場合を考え、 $\omega, \omega^2, \omega^3, \dots, \omega^9$ がいずれも1にならないような ω はいくつあるかを求めよ。

平成30年度3年次編入学試験（工学部先端材料理工学科）

答案用紙 （その1）

裏面に記載した場合はその旨を表面に明記してください.

問題1

受験番号_____

小 計

平成30年度3年次編入学試験（工学部先端材料理工学科）

答案用紙 （その2）

裏面に記載した場合はその旨を表面に明記してください。

問題2

受験番号_____

小 計

平成30年度3年次編入学試験（工学部先端材料理工学科）

答案用紙 （その3）

裏面に記載した場合はその旨を表面に明記してください.

問題3

受験番号_____

小 計