【 前 期 募 集 】

平成３０年度
山梨大学　大学院医工農学総合教育部　修士課程 工学専攻

入　学　試　験　問　題

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数　学

問１

以下の設問に答えよ。

（１）e^t の $t=0$ を中心とするテイラー展開を求めよ。ただし、関数 $f(t)$ の $t=c$ （ cは定数 ）を中心とするテイラー展開は次式で与えられる。

$$f(t) = f(c) + \frac{f'(c)}{1!}(t-c) + \frac{f''(c)}{2!}(t-c)^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(c)}{n!}(t-c)^n$$

（２）（１）の展開式より、$t>0$ において不等式 $e^t > \frac{t^2}{2}$ および $0 < te^{-t} < \frac{2}{t}$ が成り立つことを証明せよ。ただし、$t>0$ のとき $te^{-t}>0$ は自明なので証明する必要はない。

（３）極限 $\lim_{t\to+\infty} te^{-t}$ を求めよ。また、変数変換 $t=-\log x$ によって $\lim_{x\to+0} x\log x$ を求めよ。

（４）定積分 $\int_{\varepsilon}^{1} \log x\,dx$ を求めよ。ただし、$0<\varepsilon<1$ とする。

（５）広義積分 $\int_{0}^{1} \log x\,dx$ を求めよ。

【 前 期 募 集 】

平成３０年度
山梨大学　大学院医工農学総合教育部　修士課程 工学専攻

入　学　試　験　問　題

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数学

問２

以下の設問に答えよ。

（１）　２×２行列 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ の固有値・固有ベクトルを求めよ。
求めた固有ベクトルを$\vec{a}$、$\vec{b}$とする。

（２）　２次元空間における x、y軸方向の単位ベクトルをそれぞれ$\vec{e}_x$、$\vec{e}_y$とする（$\vec{e}_x \perp \vec{e}_y$）。
任意のベクトル$\vec{r}=x\vec{e}_x+y\vec{e}_y$を、$\vec{a}$と$\vec{b}$によって

$$\vec{r}=c_a\vec{a}+c_b\vec{b}$$

と表すことができる。$\begin{pmatrix}c_a\\ c_b\end{pmatrix}$から$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$へ

$$\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}T_{11} & T_{12}\\ T_{21} & T_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}c_a\\ c_b\end{pmatrix}$$

のように変換する行列$T=\begin{pmatrix}T_{11} & T_{12}\\ T_{21} & T_{22}\end{pmatrix}$を求めよ。

（３）　Tの逆行列T^{-1}を求めよ。

（４）　$T^{-1}AT$を求めよ。

（５）　A^nを求めよ。ここでnは任意の自然数である。

【 前 期 募 集 】

平成３０年度
山梨大学　大学院医工農学総合教育部　修士課程 工学専攻

入　学　試　験　問　題

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数学

問３

γ、ω_0を正の定数として２階同次形線形微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (\gamma > \omega_0)$$

において、以下の設問に答えよ。

（１）特性方程式（補助方程式）の解を求めよ。

（２） 関数 $\cosh z = \dfrac{1}{2}(e^z + e^{-z})$、$\sinh z = \dfrac{1}{2}(e^z - e^{-z})$を用いて、微分方程式の一般解を求めよ。

（３）初期条件$x(0) = X_0$、$\left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 0$ を満たす解を求めよ。

（４）$t \to \infty$のとき、xの値を示せ。