

平成29年度 山梨大学 大学院医工農学総合教育部 修士課程 工学専攻

前期募集

一般選抜筆記試験 【先端材料理工学コース】

受験番号	
------	--

注意事項

- (1) 解答開始時に以下の用紙がそろっているか確認すること。
 1. 表紙（本紙）…………… 1枚
 2. 問題用紙…………… 3枚
 3. 解答用紙…………… 3枚
 4. 計算用紙…………… 5枚
 - 計…………… 12枚
- (2) すべての用紙に受験番号を記入すること。
- (3) 解答は解答用紙に記入すること。
- (4) 問1～問3の3問全てに解答すること。
- (5) 解答用紙が不足する場合には、所定の欄にチェックし裏面を使用すること。
- (6) 問題用紙、計算用紙、解答用紙を共にすべて提出すること。

平成29年度
山梨大学 大学院医工農学総合教育部 修士課程 工学専攻

入 学 試 験 問 題

No. 1/3

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数 学
------	------------	------	-----

問1

xyz 空間内の点 P の座標を (x, y, z) とし, その極座標を (r, θ, φ) とする. また, xyz 空間における曲面 S を, 正の実定数 a を用いて極座標により

$$r = a \sin \theta, \quad (0 \leq \theta < \pi, 0 \leq \varphi < 2\pi)$$

で定義する(この曲面 S は z 軸に対して回転対称である). 点 P が曲面 S 上にあるとして, 次の問いに答えよ.

なお, 極座標の各要素 r, θ, φ は次の方式で定義されているとする. r は原点 O と点 P を結ぶ線分 OP の長さ, θ は z 軸と線分 OP のなす角度, φ は線分 OP を xy 平面に射影した線分と x 軸とのなす角度.

(1) 次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta \, d\theta$$

(2) 点 P の座標値 x, y, z を a, θ, φ を用いて表現せよ. さらに, この表現を用いて

$$\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2}$$

の値を極座標で表現せよ.

(3) 曲面 S が zx 平面と交わってできる曲線の概要を図示せよ. このとき, $\theta = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ の場合に点 P がどこにあるかも図示すること.

(4) $\varphi = 0$ と固定されており θ のみが微小量 $d\theta$ だけ変化したとする. このとき, 点 P が曲面 S の上に描く微小な線分の長さ dl を求めよ.

(5) 曲面 S の表面積を求めよ.

平成29年度
山梨大学 大学院医工農学総合教育部 修士課程 工学専攻

入 学 試 験 問 題

No 2/3

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数 学
------	------------	------	-----

問2

3行3列の行列

$$J_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix}, J_3 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

および, 1, 2, 3 軸を軸とする3次元回転の行列

$$R_1(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, R_2(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}, R_3(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を考える. 以下の問に答えよ.

なお, 必要に応じて次の級数展開を使え.

$$\cos(\phi) = \left(1 - \frac{\phi^2}{2!} + \frac{\phi^4}{4!} - \dots\right), \sin(\phi) = \left(\phi - \frac{\phi^3}{3!} + \frac{\phi^5}{5!} - \dots\right)$$

(1) J_3^2, J_3^3, J_3^4 をそれぞれ求めよ.(2) $e^{i\theta J_3} = R_3(\theta)$ を示せ.

ただし, 行列 X の指数関数 e^X を $e^X = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{X^k}{k!} = E + X + \frac{X^2}{2!} + \frac{X^3}{3!} + \dots$ と定義する. ここで E は単位行列である.

(3) c_1, c_2, c_3 を微小な実数とし, ベクトル $\mathbf{c} = {}^t(c_1 \ c_2 \ c_3)$ を軸とする微小回転を表す

行列 $U = E + ic_1 J_1 + ic_2 J_2 + ic_3 J_3 = \begin{pmatrix} 1 & c_3 & -c_2 \\ -c_3 & 1 & c_1 \\ c_2 & -c_1 & 1 \end{pmatrix}$ を考える. 同様に $V = E +$

$ic_1' J_1 + ic_2' J_2 + ic_3' J_3$ を別の微小回転行列とする.

$UV = VU$ を示せ.

ここで, $c_1, c_2, c_3, c_1', c_2', c_3'$ はすべて十分小さく, これらの積 $c_1 c_1', c_1 c_2', c_1 c_3', \dots$ などを 0 とせよ. (この結果から, 無限小回転においてはその順序を交換して良いことがわかる.)

平成29年度
山梨大学 大学院医工農学総合教育部 修士課程 工学専攻

入 学 試 験 問 題

No. 3/3

コース等	先端材料理工学コース	試験科目	数 学
------	------------	------	-----

問3

以下の問に答えよ.

(1) 微分方程式 $\frac{dy}{dx} + 2y = 1$ について問う. 必要なら $e = 2.7$ を用いよ.

- ① 一般解を求めよ.
- ② 初期条件「 $x = 0, y = 0$ 」のときの解を求めよ.
- ③ ②で求めた y の概形を描け. このとき $x = \frac{1}{2}$ のときの y のとる値も示すこと.

(2) 微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ を解け.